Etude asymptotique dun processus lineaire pour des v.a.d

AZZOUZI Badreddine

Ecole Supérieure de Management de Tlemcen.
Tuniso-Libanese workshop in Control Theory and Related Fields,
October 30-31- Hôtel Monastir Center, 2019 Monastir Tunisia,

29 octobre 2019

Plan

Plan

Résumé

Résumé

- L'objet de la présentation est l'étude de de certaines problèmes d'estimation et mode de convergence lié aux processus possédant une représentation moyenne-mobile dans le cas indépendant et le cas dépendant.
- Ce qui amène à étudier le comportement asymptotique d'une moyenne mobile $X_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{i+n} Y_i; \qquad n \geq 1$ dans le cas mélangeant (non indépendant), où
- $\{Y_i, -\infty < i < \infty\}$ est une suite de variables aléatoires dépendant identiquement distribuées et
- $\{a_i, -\infty < i < \infty\}$ est une suite réels absolument convergente.

Résumé

- L'objet de la présentation est l'étude de de certaines problèmes d'estimation et mode de convergence lié aux processus possédant une représentation moyenne-mobile dans le cas indépendant et le cas dépendant.

- Ce qui amène à étudier le comportement asymptotique d'une moyenne mobile $X_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{i+n} Y_i; \qquad n \geq 1$ dans le cas mélangeant (non indépendant), où
- $\{Y_i, -\infty < i < \infty\}$ est une suite de variables aléatoires dépendant identiquement distribuées et
- $\{a_i, -\infty < i < \infty\}$ est une suite réels absolument convergente.

Résumé

- L'objet de la présentation est l'étude de de certaines problèmes d'estimation et mode de convergence lié aux processus possédant une représentation moyenne-mobile dans le cas indépendant et le cas dépendant.

- Ce qui amène à étudier le comportement asymptotique d'une moyenne mobile $X_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{i+n} Y_i; \qquad n \geq 1$ dans le cas mélangeant (non indépendant), où
- $\{Y_i, -\infty < i < \infty\}$ est une suite de variables aléatoires dépendant identiquement distribuées et
- $\{a_i, -\infty < i < \infty\}$ est une suite réels absolument convergente.

Résumé

- En effet, on pose $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ avec $n \geq 1$, une suite de somme partiale, dans ce travail nous discutons la convergente complète de (Sn) et vitesse de convergence sous certaines conditions.
- Par exemple dans les conditions suivantes : indépendant et mélangeant (mixing).

Résumé

- En effet, on pose $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$ avec $n \geq 1$, une suite de somme partiale, dans ce travail nous discutons la convergente complète de (Sn) et vitesse de convergence sous certaines conditions.
- Par exemple dans les conditions suivantes : indépendant et mélangeant (mixing).

Introduction

- Sous les hypothèses d'indépendance, de nombreux résultats ont été obtenus pour le processus moyenne mobile X_k par exemple, Ibragimov (1962) a établi le théorème central limite, Burton et Dehling (1990) ont obtenu un principe de grandes déviations pour X_k et Liet al. (1992) ont obtenu le résultat suivant sur la convergence complète

$$\sum_{n=1}^{\infty} P\left\{\left|\sum_{k=1}^{n} X_k\right| \geq n^{\frac{1}{t}}\varepsilon\right\} < \infty \, pour\ tout\ \varepsilon > 0.$$

.

- Sous l'hypothèse de la dépendance, peu de résultats pour X_k sont connus, Zhang (1996) a étendu un résultats importants de cas $i.i.d$ au cas $\phi - mélangent$ et Baek, Kim, et Liang (2003) ont examiné la convergence complète des processus moyenne mobile X_k sous l'hypothèse Négativement Associé.

Introduction

- Sous les hypothèses d'indépendance, de nombreux résultats ont été obtenus pour le processus moyenne mobile X_k par exemple, Ibragimov (1962) a établi le théorème central limite, Burton et Dehling (1990) ont obtenu un principe de grandes déviations pour X_k et Liet al. (1992) ont obtenu le résultat suivant sur la convergence complète

$$\sum_{n=1}^{\infty} P\left\{\left|\sum_{k=1}^{n} X_k\right| \geq n^{\frac{1}{t}}\varepsilon\right\} < \infty \, pour\ tout\ \varepsilon > 0.$$

- Sous l'hypothèse de la dépendance, peu de résultats pour X_k sont connus, Zhang (1996) a étendu un résultats importants de cas $i.i.d$ au cas $\phi - mélangent$ et Baek, Kim, et Liang (2003) ont examiné la convergence complète des processus moyenne mobile X_k sous l'hypothèse Négativement Associé.

Introduction

- Sous les hypothèses d'indépendance, de nombreux résultats ont été obtenus pour le processus moyenne mobile X_k par exemple, Ibragimov (1962) a établi le théorème central limite, Burton et Dehling (1990) ont obtenu un principe de grandes déviations pour X_k et Liet al. (1992) ont obtenu le résultat suivant sur la convergence complète

$$\sum_{n=1}^{\infty} P\left\{\left|\sum_{k=1}^{n} X_k\right| \geq n^{\frac{1}{t}}\varepsilon\right\} < \infty \, pour \, tout \, \varepsilon > 0.$$

.

- Sous l'hypothèse de la dépendance, peu de résultats pour X_k sont connus, Zhang (1996) a étendu un résultats importants de cas $i.i.d$ au cas $\phi - mélangent$ et Baek, Kim, et Liang (2003) ont examiné la convergence complète des processus moyenne mobile X_k sous l'hypothèse Négativement Associé.

Résultats

- Dans un premier temps nous avons étudié la convergence complète de processus moyenne mobile X_k dans le cas où nos variables ne sont pas forcément i.i.d ,
- autrement dit les variables sont ψ-mélange (ie $\{Y_i, -\infty < i < \infty\}$est ψ-mélangeant). Plus précisement nous avons prouvé la convrgence complète de :

$$\{\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{i+k} Y_i / n^{1/t}; n \geq 1\}$$

dans certaines conditions convenables où $1 \leq t < 2$.

Résultats

- Dans un premier temps nous avons étudié la convergence complète de processus moyenne mobile X_k dans le cas où nos variables ne sont pas forcément i.i.d ,
- autrement dit les variables sont ψ-mélange (ie $\{Y_i, -\infty < i < \infty\}$est ψ-mélangeant). Plus précisement nous avons prouvé la convrgence complète de :

$$\{\sum_{k=1}^{n} \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{i+k} Y_i / n^{1/t}; n \geq 1\}$$

dans certaines conditions convenables où $1 \leq t < 2$.

Résultats

- Dans un premier temps nous avons étudié la convergence complète de processus moyenne mobile X_k dans le cas où nos variables ne sont pas forcément i.i.d ,
- autrement dit les variables sont ψ-mélange (ie $\{Y_i, -\infty < i < \infty\}$est ψ-mélangeant). Plus précisement nous avons prouvé la convrgence complète de :

$$\{\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{i+k} Y_i / n^{1/t}; n \geq 1\}$$

dans certaines conditions convenables où $1 \leq t < 2$.

Résultats

- Les consepts des variables aléatoires ψ-melange :

$$\psi(n) = \sup_{k\geq 1} \psi(\mathscr{F}_1^k, \mathscr{F}_{k+n}^{\infty}) \longrightarrow 0, \quad n \to \infty$$

où

- $\mathscr{F}_n^m = \sigma(Y_k, n \leq k \leq m)$ *and* $\psi(\mathscr{A}, \mathscr{B}) = \sup_{\substack{A\in\mathscr{A}, B\in\mathscr{B} \\ P(A).P(B)>0}} \left| \frac{P(A\cap B) - P(A)P(B)}{P(A)P(B)} \right|$
- ont été introduits par Blum, Hanson, et Koopmans (1963).
- Notre résultat principal est exprimé par le théorème suivant :

Résultats

- Les consepts des variables aléatoires ψ-melange :

$$\psi(n) = \sup_{k \geq 1} \psi(\mathscr{F}_1^k, \mathscr{F}_{k+n}^\infty) \longrightarrow 0, \quad n \to \infty$$

où

- $\mathscr{F}_n^m = \sigma(Y_k, n \leq k \leq m)$ *and* $\psi(\mathscr{A}, \mathscr{B}) = \sup_{\substack{A \in \mathscr{A}, B \in \mathscr{B} \\ P(A).P(B) > 0}} \left| \frac{P(A \cap B) - P(A)P(B)}{P(A)P(B)} \right|$
- ont été introduits par Blum, Hanson, et Koopmans (1963).
- Notre résultat principal est exprimé par le théorème suivant :

Résultats

- Les consepts des variables aléatoires ψ-melange :

$$\psi(n) = \sup_{k\geq 1} \psi(\mathscr{F}_1^k, \mathscr{F}_{k+n}^\infty) \longrightarrow 0, \quad n \to \infty$$

où

- $\mathscr{F}_n^m = \sigma(Y_k, n \leq k \leq m)$ *and* $\psi(\mathscr{A}, \mathscr{B}) = \sup_{\substack{A\in\mathscr{A}, B\in\mathscr{B} \\ P(A).P(B)>0}} \left| \frac{P(A\cap B) - P(A)P(B)}{P(A)P(B)} \right|$
- ont été introduits par Blum, Hanson, et Koopmans (1963).
- Notre résultat principal est exprimé par le théorème suivant :

Théorème

Supposons que $\{Y_i, -\infty < i < \infty\}$ *est une suite identiquement distribués de variables aléatoires* ψ *-mélange avec* $\sum_{n=1}^{\infty} \psi(n) < \infty$ *et que* $\{X_k, k \geq 1\}$ *est défini comme dans (??). Soit h(x) > 0(x > 0) est une fonction lentement variante et* $1 \leq t < 2$, $r \geq 1$. *tel que* $EY_1 = 0$ *et* $E(|Y_1|^{rt} h(|Y_1|^t) < \infty$ *implique*

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{r-2} h(n) P\left\{\left|\sum_{k=1}^{n} X_k\right| \geq n^{\frac{1}{t}} \varepsilon\right\} < \infty \, pour \, tout \, \varepsilon > 0.$$

Il est claire que :

$$\sum_{k=1}^{n} X_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^{n} a_{j+i} Y_i$$

on a fixé $a_{ni} = \sum_{j=1}^{n} a_{j+n}$

En premier lieu on a déterminé une borne inferieur de la série

$\sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i$ sous certaines conditions en faisant usage au lemme provient de Burton et Dehling.
On introduit une inégalité très utile définie par :

$$E\left(\max_{1\leq j\leq n}\left|\sum_{i=1}^{j} Y_i\right|^q\right) \leq C\left[\sum_{i=1}^{n} E\left|Y_i\right|^q + \left(\sum_{i=1}^{n} EY_i^2\right)^{\frac{q}{2}}\right]$$

lorsque $\{Y_i, -\infty < i < \infty\}$ est ψ-mélangeant avec $q \geq 2$ et C constante, cette inégalité provient du théorème apparait dans Wang et al (2010).
L'existence de la convergence de $\{X_k\}$ repose essentiellement sur ce fameux théorème.

Merci pour votre attention

MERCI POUR VOTRE ATTENTION